

## Часть 1

## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 257

## Уровень 2

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

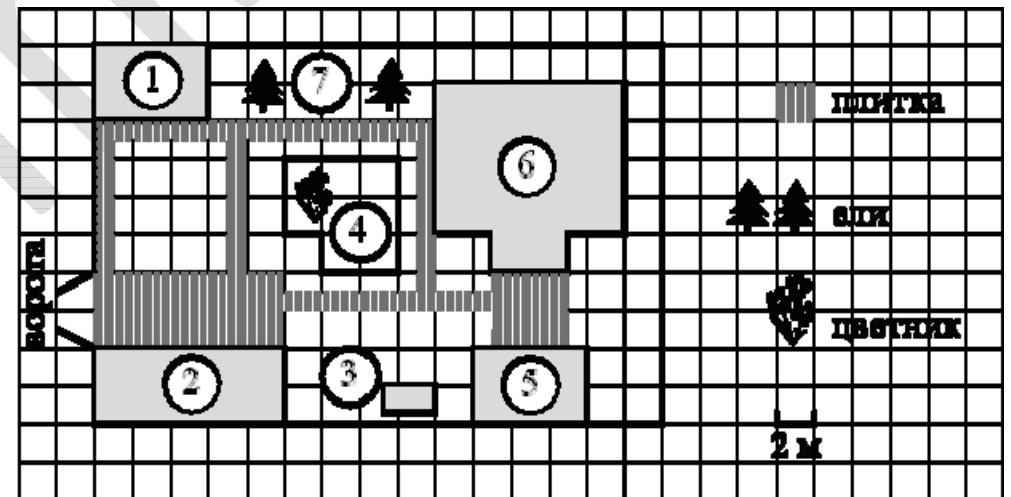
Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

## Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображено домохозяйство по адресу: СНТ «Прибор», 2-я Линия, д. 26 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится гараж, а слева в углу участка расположен сарай, отмеченный на плане цифрой 1. Площадь, занятая сараем, равна 24 кв. м.

Жилой дом находится в глубине территории и обозначен на плане цифрой 6. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется летняя беседка, расположенная

напротив входа в дом, и мангал рядом с ней. На участке также растут ели. В центре участка расположен цветник.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 50 см × 50 см. Перед гаражом и между домом и беседкой имеются площадки площадью 40 и 16 кв. м соответственно, вымощенные такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

**1.** Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Объекты	Цветник	Гараж	Мангал	Беседка
Числа				

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Найдите площадь, которую занимает цветник. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить только дорожки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Сколько процентов площади всего участка занимает сарай?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** Хозяин участка планирует установить в жилом доме систему отопления. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Газовое отопление	Электрическое отопление
Стоимость нагревателя (котла) (руб.)	18 000	13 000
Стоимость монтажа (руб.)	9 980	10 500
Средний расход газа (м <sup>3</sup> /ч)	1,2	–
Средняя потребляемая мощность (кВт)	–	6,4
Стоимость газа (руб./м <sup>3</sup> )	4,8	–
Стоимость электроэнергии (руб./кВт·ч)	–	4,4

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое отопление. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости покупки и установки газового и электрического оборудования?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{3}-2\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2})}{\frac{7}{8}-0,125+\frac{1}{20}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Пусть  $a, b, c$  – действительные положительные числа. При этом  $abc = 1$ . Найдите наименьшее значение выражения  $\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(c+a)} + \frac{1}{c^3(a+b)}$ .

1)  $\frac{4}{3}$

2)  $\frac{3}{2}$

3) 2

4)  $\frac{5}{2}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}}{\sqrt[3]{\frac{1}{9}-\sqrt{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

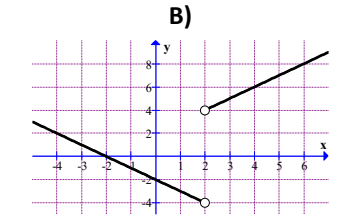
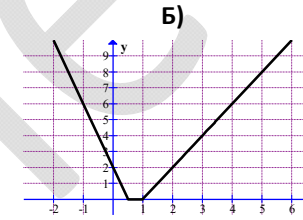
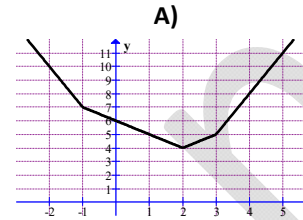
9. Решите уравнение в действительных числах  $\frac{x^2+12x+4}{x+2} = 6\sqrt{x}$ . Если корней несколько, в ответе запишите их сумму.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На сушке в случайном порядке (как достали из стиральной машины) висит 26 носков. Среди них два любимых носка Василия. Носки загорожены сохнущей простынёй, поэтому Василий их не видит и достаёт по одному носку на ощупь. Найдите математическое ожидание числа носков, снятых Василием к моменту, когда у него окажутся оба любимых носка.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других разделительных символов.



1)  $y = \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$

2)  $y = |2x - 1| + |x - 1| - x$

3)  $y = |x + 1| + |x - 2| + |x - 3|$

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. В числовом наборе 100 чисел. Если выкинуть из этого набора одно число, то медиана оставшихся чисел будет равна 78. Если выкинуть другое число, то медиана оставшихся чисел будет равна 64. Найдите медиану всего набора.

Ответ: \_\_\_\_\_.

13. Второй закон Ньютона можно записать в виде  $F = ma$ , где  $F$  – сила (в Н), действующая на тело,  $m$  – его масса (в кг),  $a$  – ускорение, с которым движется тело (в  $\text{м}/\text{с}^2$ ). Найдите  $m$  (в кг), если  $F = 319$  Н,  $a = 29$   $\text{м}/\text{с}^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.** Укажите решение системы неравенств в действительных числах

$$\begin{cases} |2x-1|-|x-4| > 4 \\ \frac{\sqrt{x^2-3x-3}}{x} > 1 \end{cases}.$$

- 1) нет решений                                  2)  $(-7; 0)$   
 3)  $(-\infty; -7) \cup (3; +\infty)$                   4)  $(3; +\infty)$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Модуль «Геометрия»**

**15.** На каждой стороне квадрата взяли по одной точке. Оказалось, что эти точки являются вершинами прямоугольника, стороны которого параллельны диагоналям квадрата. Найдите периметр прямоугольника, если диагональ квадрата равна 6.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**16.** В выпуклом шестиугольнике  $ABCDEF$  диагонали  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$  равны. Пусть  $P$  – точка пересечения диагоналей  $AD$  и  $CF$ ,  $R$  – точка пересечения диагоналей  $BE$  и  $CF$ ,  $Q$  – точка пересечения диагоналей  $AD$  и  $BE$ . Известно, что  $AP = PF$ ,  $BR = CR$ ,  $DQ = EQ$ . Найдите градусную меру угла  $FDB$ , если  $\angle FAB = 123^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**17.** Три равные окружности с центрами в точках  $O_1, O_2, O_3$  пересекаются в точке  $M$ .  $A$  – точка пересечения окружностей с центрами в точках  $O_1$  и  $O_2$ .  $B$  – точка пересечения окружностей с центрами в точках  $O_2$  и  $O_3$ .  $C$  – точка пересечения окружностей с центрами в точках  $O_1$  и  $O_3$ . Найдите периметр треугольника  $ABC$ , если периметр треугольника  $O_1O_2O_3$  равен 13.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**18.** В треугольнике  $ABC$  медианы  $AA_1, BB_1, CC_1$  пересекаются в точке  $M$ . Площадь треугольника  $A_1MB$  равна 7. Найдите площадь треугольника  $AMC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**19.** Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

- 1) Если два острых угла в четырёхугольнике равны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.
- 2) Если диагональ четырёхугольника делит его на два равнобедренных треугольника, то этот четырёхугольник не может быть трапецией.
- 3) Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, делит этот треугольник на два треугольника, подобных друг другу и данному прямоугольному треугольнику.

## Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

**20.** Решите уравнение в целых числах  $x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 46x = y^2 - 120$ . В ответе укажите количество решений.

**21.** Олег нарисовал пустую таблицу  $50 \times 50$  клеток и написал сверху от каждого столбца и слева от каждой строки по ненулевому числу. Оказалось, что все 100 написанных чисел различны, причём 50 из них рациональные, а остальные 50 – иррациональные. Затем в каждую клетку таблицы он записал произведение чисел, написанных около её строки и её столбца. («таблица умножения»). Какое наибольшее количество клеток таблицы могут быть заполнены рациональными числами.

**22.** Постройте множество точек плоскости  $\Omega$ , заданное уравнением  $\sqrt{4-y^2} = \sqrt{4-4x^2}$ . Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением  $xy + a^2 = ax + ay$ , имеет с множеством точек плоскости  $\Omega$  ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

**23.** В четырёхугольнике  $ABCD$  через середину диагонали  $BD$  проведена прямая, параллельная другой диагонали  $AC$ . Эта прямая пересекает отрезок  $AD$  в точке  $E$ . Найдите площадь четырёхугольника  $ABCE$ , если площадь треугольника  $CDE$  равна 7.

**24.** Дан треугольник  $ABC$  площадью  $S$  со сторонами  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$  и внутренними углами  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ ,  $\angle C = \gamma$ . Докажите, что  $a^2 \operatorname{ctg} \alpha + b^2 \operatorname{ctg} \beta + c^2 \operatorname{ctg} \gamma = 4S$ .

**25.** Радиусы вневписанных окружностей треугольника  $ABC$  равны  $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_c$ . Радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен  $R$ . Найдите наименьшее значение выражения  $\frac{r_a^2 + r_b^2 + r_c^2}{R^2}$ .